779. Лист жести имеет форму квадрата. После того как от него отрезали полосу шириной 5 дм, площадь оставшейся части листа стала равной 6 дм². Каковы размеры первоначального листа жести?

780. Упростите выражение

$$\left(\frac{8x}{16-9x^2}+\frac{x}{3x-4}\right):\left(1-\frac{4-3x}{4+3x}\right).$$

781. Докажите, что:

а) $9a+\frac{1}{a}\geqslant 6$ при $a>0$; б) $25b+\frac{1}{b}\leqslant -10$ при $b<0$.

31. Погрешность и точность приближения

По графику функции $y=x^2$ нашли приближённые значения этой функции при $x=1{,}5$ и $x=2{,}1$:

если $x=1{,}5$, то $y\approx 2{,}3$;
если $x=2{,}1$, то $y\approx 4{,}4$.

По формуле $y=x^2$ можно найти точные значения этой функции:

если $x=1{,}5$, то $y=1{,}5^2=2{,}25$;
если $x=2{,}1$, то $y=2{,}1^2=4{,}41$.

Приближённое значение отличается от точного значения в первом случае на 0,05, а во втором на 0,01, так как:

$$2{,}3-2{,}25=0{,}05; \qquad 4{,}41-4{,}4=0{,}01.$$

Чтобы узнать, на сколько приближённое значение отличается от точного, надо из большего числа вычесть меньшее, т. е. найти модуль разности точного и приближённого значений. Этот модуль разности называют *абсолютной погрешностью*.

Определение. Абсолютной погрешностью приближённого значения называют модуль разности точного и приближённого значений.

Так, в рассмотренном примере абсолютная погрешность приближённого значения, равного 2,3, есть 0,05, а абсолютная погрешность приближённого значения, равного 4,4, есть 0,01:

$$|2{,}25-2{,}3|=|-0{,}05|=0{,}05; \qquad |4{,}41-4{,}4|=0{,}01.$$

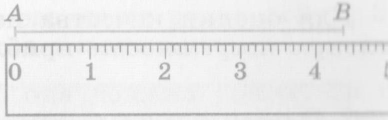


Рис. 24

Найти абсолютную погрешность не всегда возможно. Пусть, например, при измерении длины отрезка AB, изображённого на рисунке 24, получен результат:

$$AB\approx 4{,}3 \text{ см}.$$

Мы не можем найти абсолютную погрешность приближённо значения, так как не знаем точного значения длины отрезка A В подобных случаях важно указать такое число, больше которо абсолютная погрешность быть не может. В рассматриваемом прим ре в качестве такого числа можно взять число 0,1. В самом дел цена деления линейки 0,1 см, и поэтому абсолютная погрешност приближённого значения, равного 4,3, не больше чем 0,1, т. е.

$$|AB-4{,}3|\leqslant 0{,}1.$$

Говорят, что число 4,3 есть приближённое значение длины отрезка AB (в сантиметрах) с точностью до 0,1.

Вообще, если $x\approx a$ и абсолютная погрешность этого приближённого значения не превосходит некоторого числа h, то число a называют приближённым значением x с точностью до h. Пишут:

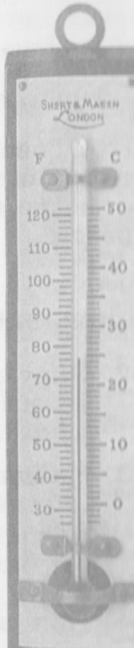
$$x\approx a \text{ с точностью до } h.$$

Используют также такую запись:

$$x=a\pm h.$$

Запись $x=a\pm h$ означает, что точное значение переменной x заключено между числами $a-h$ и $a+h$, т. е.

$$a-h\leqslant x\leqslant a+h.$$



Например, на рулоне обоев написано, что его длина равна $18\pm 0{,}3$ м. Значит, если l — истинное значение длины рулона (в метрах), то

$$18-0{,}3\leqslant l\leqslant 18+0{,}3, \text{ т. е. } 17{,}7\leqslant l\leqslant 18{,}3.$$

Точность приближённого значения зависит от многих причин. В частности, если приближённое значение получено в процессе измерения, его точность зависит от прибора, с помощью которого выполнялось измерение. Например, на медицинском термометре деления нанес ны через 0,1°. Это даёт возможность измерять температуру с точн стью до 0,1°. Комнатный термометр, на котором деления нанесе через 1°, позволяет измерять температуру с точностью до 1°. На то говых весах, у которых цена деления шкалы 5 г, можно взвешива с точностью до 5 г.