

Глава V

«Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

(13 часов)

Основная цель: ознакомить учащихся с понятиями перестановки, размещения, сочетания и соответствующими формулами для подсчёта их числа; ввести, понятия относительной частоты и вероятности случайного события.

Урок 1.

Примеры комбинаторных задач

Цель: повторить и обобщить основные понятия комбинаторики, ввести комбинаторное правило умножения.

Ход урока

I . Организационный момент.

II . Актуализация знаний: Комбинаторика – это раздел математики, посвящённый задачам выбора и расположения предметов из раздела множеств. Типичной задачей комбинаторики является задача перечисления комбинаций, составленных из нескольких предметов.

Вспомним примеры таких задач:

1. Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде 3-х горизонтальных полос одинаковых по ширине и цвету: синий, красный и белый. Сколько стран могут испытать такую символику при условии, что у каждой страны свой отличный от других флаг?

Решение: Будем искать решение с помощью дерева возможных вариантов.

Ответ: 6 комбинаций.

2. Сколько чётных двузначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,4,5,9.

Решение:

0

2

4

Составим таблицу: слева от 1 – го столбца поместим первые цифры искомых чисел, сверху – вторые цифры этих чисел (чётные цифры, тогда столбцов будет три).

Так в столбце перечислены все возможные варианты, следовательно, их столько же, сколько клеток в столбце, т.е. 15.

1

10

12

14

2

20

22

24

4

40

42

44

5

50

52

54

9

90

92

94

Ответ: 15 чисел.

3. На завтрак Вова может выбрать плюшку, бутерброд, пряник или кекс, а запить их может кофеом, соком или кефиром. Из скольких вариантов завтрака Вова может выбирать?

Решение: КП КБ КПр КК

СП СБ СПр СК

К-рП К-рБ К-рПр К-рК Ответ: 12 вариантов.

Во всех задачах был осуществлён перебор всех возможных вариантов или комбинаций. Поэтому эти задачи называют комбинаторными. Слово комбинация происходит от латинского *combinare* – соединяю. Действительно при получении любой комбинации мы составляем её из отдельных элементов последовательно соединяя их друг с другом. С этой точки зрения: число – это комбинация цифр, слово – это комбинация букв, меню – это комбинация блюд.

Во всех предложенных задачах для подсчёта числа комбинаций мы использовали простой способ подсчёта – прямое перечисление (опираясь на «дерево возможных вариантов», таблицу, кодирование). Но способ перебора возможных вариантов далеко не всегда применим, ведь количество комбинаций может исчисляться миллионами.

Здесь на помощь приходят несколько замечательных комбинаторных правил, которые позволяют подсчитать количество комбинаций без их прямого перечисления.

III. Изучение нового материала.

Мы рассмотрели примеры 3-х разных задач, но получили совершенно одинаковые решения, которые основаны на общем правиле умножения:

Пусть имеется n элементов и требуется выбрать из них один за другим k элементов. Если первый элемент m_1 выбрать n_1 способами, после чего второй элемент m_2 выбрать n_2 способами из оставшихся, затем третий элемент m_3 выбрать n_3 способами из оставшихся и т.д., то число способов могут быть выбраны все k элементов, равно произведению

Примени это правило к каждой из решённых задач.

1-я задача: выбор верхней полосы - из 3-х цветов, т.е. $n_1=3$; средняя полоса – из 2-х цветов, т.е. $n_2=2$; нижняя полоса – из 1-го цвета, т.е. $n_3=1$.

2-я задача: заметим, что в этой задаче задействованы два независимых исхода.

IV. Закрепление. Решение задач .

№714. В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник — и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из первого и второго блюд, которые может заказать посетитель. Проиллюстрируйте ответ, построив дерево возможных вариантов.

№715. У Ирины пять подруг: Вера, Зоя, Марина, Полина и Светлана. Она решила двух из них пригласить в кино. Укажите все возможные варианты выбора подруг. Сколько таких вариантов?

№716 Стадион имеет четыре входа: A , B , C и D . Укажите все возможные способы, какими посетитель может войти через один вход, а выйти через другой. Сколько таких способов?

№ 717. Укажите все способы, какими можно разложить три яблока в две вазы (учтите при этом случаи, когда одна из ваз окажется пустой).

№718. Составьте все возможные двузначные числа из указанных цифр, используя в записи числа каждую из них не более одного раза:

а) 1, 6, 8; б) 0, 3, 4.

№719. Из цифр 1, 2, 3 составьте все возможные двузначные числа при условии, что:

- а) цифры в числе не повторяются;
- б) допускается повторение цифр в числе.

№720. Используя цифры 0, 2, 4, 6, составьте все возможные трехзначные числа, в которых цифры не повторяются.

№721. В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?

№722. В соревнованиях по футболу участвовало 12 команд. Каждая команда провела с каждой из остальных по одной игре на своем поле и по одной игре на поле соперника. Сколько всего игр было сыграно?

№723. При встрече 8 человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

№724. Учащиеся 9 класса решили обменяться фотографиями. Сколько фотографий для этого потребуется, если в классе 24 учащихся?

№725. На входной двери дома установлен домофон, на котором нанесены цифры 0, 1, 2, ..., 8, 9. Каждая квартира получает код из двух цифр типа 0—2, 3—7, 7—3, 8—8 и т. п., позволяющий открывать входную дверь. Хватит ли кодов для всех квартир дома, если в доме 96 квартир?