

## Следствие 1

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны (рис. 219).

## Следствие 2

Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — прямой (рис. 220).

Используя следствие 1, докажем теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд.

## Теорема

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

## Доказательство

Пусть хорды  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $E$  (рис. 221). Докажем, что

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE.$$

Рассмотрим треугольники  $ADE$  и  $CBE$ . В этих треугольниках углы 1 и 2 равны, так как они вписанные и опираются на одну и ту же дугу  $BD$ , а углы 3 и 4 равны как вертикальные. По первому признаку подобия треугольников  $\triangle ADE \sim \triangle CBE$ . Отсюда следует, что  $\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE}$ , или  $AE \cdot BE = CE \cdot DE$ . Теорема доказана.

## Задачи

- 649** ■ Начертите окружность с центром  $O$  и отметьте на ней точку  $A$ . Постройте хорду  $AB$  так, чтобы: а)  $\angle AOB = 60^\circ$ ; б)  $\angle AOB = 90^\circ$ ; в)  $\angle AOB = 120^\circ$ ; г)  $\angle AOB = 180^\circ$ .
- 650** ■ Радиус окружности с центром  $O$  равен 16. Найдите хорду  $AB$ , если: а)  $\angle AOB = 60^\circ$ ; б)  $\angle AOB = 90^\circ$ ; в)  $\angle AOB = 180^\circ$ .
- 651** Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности с центром  $O$  равны.  
а) Докажите, что две дуги с концами  $A$  и  $B$  соответственно равны двум дугам с концами  $C$  и  $D$ .  
б) Найдите дуги с концами  $C$  и  $D$ , если  $\angle AOB = 112^\circ$ .

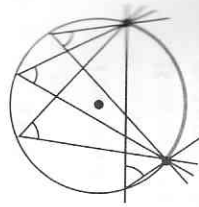


Рис. 219

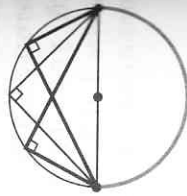


Рис. 220

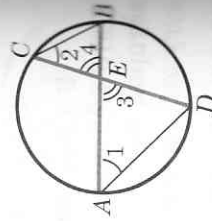


Рис. 221

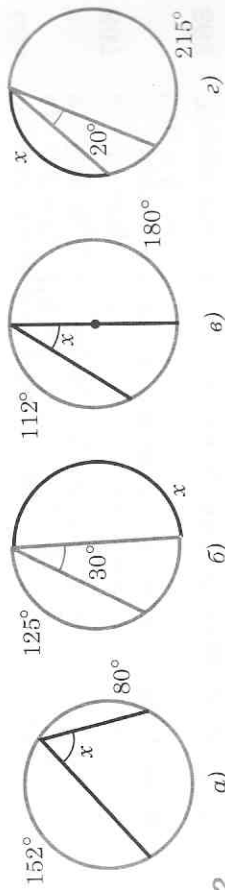


Рис. 222

- 652** ■ На полуокружности  $AB$  взяты точки  $C$  и  $D$  так, что  $\angle AC = 37^\circ$ ,  $\angle BD = 23^\circ$ . Найдите хорду  $CD$ , если радиус окружности равен 15 см.
- 653** Найдите вписанный угол  $ABC$ , если дуга  $AC$ , на которую он опирается, равна: а)  $48^\circ$ ; б)  $57^\circ$ ; в)  $90^\circ$ ; г)  $124^\circ$ ; д)  $180^\circ$ .
- 654** ■ По данным рисунка 222 найдите  $x$ .
- 655** ■ Центральный угол  $AOB$  на  $30^\circ$  больше вписанного угла, опирающегося на дугу  $AB$ . Найдите каждый из этих углов.
- 656** ■ Хорда  $AB$  стягивает дугу, равную  $115^\circ$ , а хорда  $AC$  — дугу в  $43^\circ$ . Найдите угол  $BAC$ .
- 657** Точки  $A$  и  $B$  разделяют окружность на две дуги, меньшая из которых равна  $140^\circ$ , а большая точкой  $M$  делится в отношении 6:5, считая от точки  $A$ . Найдите угол  $BAM$ .
- 658** Через точку  $A$  к данной окружности проведены касательная  $AB$  ( $B$  — точка касания) и секущая  $AD$ , проходящая через центр  $O$  ( $D$  — точка на окружности,  $O$  лежит между  $A$  и  $D$ ). Найдите  $\angle BAD$  и  $\angle ADB$ , если  $\angle BOD = 110^\circ 20'$ .
- 659** Докажите, что градусные меры дуг окружности, заключенных между параллельными хордами, равны.
- 660** ■ Через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие, образующие угол в  $32^\circ$ . Большая дуга окружности, заключенная между сторонами этого угла, равна  $100^\circ$ . Найдите меньшую дугу.
- 661** ■ Найдите острый угол, образованный двумя секущими, проведенными из точки, лежащей вне окружности, если дуги, заключенные между секущими, равны  $140^\circ$  и  $52^\circ$ .
- 662** ■ Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $E$ . Найдите угол  $BEC$ , если  $\angle AED = 54^\circ$ ,  $\angle BOC = 70^\circ$ .
- 663** Отрезок  $AC$  — диаметр окружности,  $AB$  — хорда,  $MA$  — касательная, угол  $MAB$  острый. Докажите, что  $\angle MAB = \angle ACB$ .
- 664** Прямая  $AM$  — касательная к окружности,  $AB$  — хорда этой окружности. Докажите, что угол  $MAB$  измеряется половиной дуги  $AB$ , расположенной внутри угла  $MAB$ .
- 665** Вершины треугольника  $ABC$  лежат на окружности. Докажите, что если  $AB$  — диаметр окружности, то  $\angle C > \angle A$  и  $\angle C > \angle B$ .