Угол с вершиной в центре окружности называется её **центральным углом.** Пусть стороны центрального угла окружности с центром O пересекают её в точках A и B. Центральному углу AOB соответствуют две дуги с концами A и B (рис. 215). Если $\angle AOB$ развёрнутый, то ему соответствуют две полуокружности (рис. 215, *а*). Если $\angle AOB$ неразвёрнутый, то говорят, что дуга AB, расположенная внутри этого угла, **меньше полуокружности**. На рисунке 215, *б* эта дуга выделена цветом. Про другую дугу с концами A и B говорят, что она **больше полуокружности** (дуга ALB на рисунке 215, *в*).

Дугу окружности можно измерять в градусах. **Если дуга AB окружности с центром O меньше полуокружности или является полуокружностью, то её градусная мера считается равной градусной мере центрального угла AOB** (см. рис. 215, *а*, *б*). **Если же дуга AB больше полуокружности, то её градусная мера считается равной $360° - \angle AOB$** (см. рис. 215, *в*).

Отсюда следует, что **сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна $360°$.**

Градусная мера дуги AB (дуги ALB), как и сама дуга, обозначается символом $\smile AB$ ($\smile ALB$). На рисунке 216 градусная мера дуги CAB равна $145°$. Обычно говорят кратко: «Дуга CAB равна $145°$» и пишут: $\smile CAB = 145°$. На этом же рисунке $\smile ADB = 360° - 115° = 245°$, $\smile CDB = 360° - 145° = 215°$, $\smile DB = 180°$.

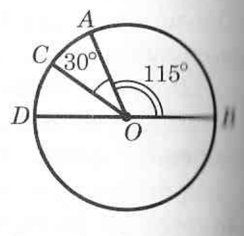

Рис. 216

73 Теорема о вписанном угле

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом.**

На рисунке 217 угол ABC вписанный, дуга AMC расположена внутри этого угла. В таком случае говорят, что вписанный угол ABC **опирается на дугу AMC**. Докажем теорему о вписанном угле.

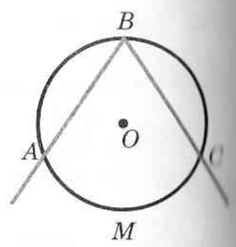

Рис. 217

Теорема

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Доказательство

Пусть $\angle ABC$ — вписанный угол окружности с центром O, опирающийся на дугу AC (рис. 218). Докажем, что $\angle AOC = \frac{1}{2} \smile AC$. Рассмотрим три возможных случая расположения луча BO относительно угла ABC.

1) **Луч BO совпадает с одной из сторон угла ABC**, например со стороной BC (рис. 218, *а*). В этом случае дуга AC меньше полуокружности, поэтому $\angle AOC = \smile AC$. Так как угол AOC — внешний угол равнобедренного треугольника ABO, а углы 1 и 2 при основании равнобедренного треугольника равны, то

$$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = 2\angle 1.$$

Отсюда следует, что

$$2\angle 1 = \smile AC \text{ или } \angle ABC = \angle 1 = \frac{1}{2} \smile AC.$$

2) **Луч BO делит угол ABC на два угла.** В этом случае луч BO пересекает дугу AC в некоторой точке D (рис. 218, *б*). Точка D разделяет дугу AC на две дуги: $\smile AD$ и $\smile DC$. По доказанному в п. 1) $\angle ABD = \frac{1}{2} \smile AD$ и $\angle DBC = \frac{1}{2} \smile DC$. Складывая эти равенства, получаем:

$$\angle ABD + \angle DBC = \frac{1}{2} \smile AD + \frac{1}{2} \smile DC,$$

$$\text{или } \angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC.$$

3) **Луч BO не делит угол ABC на два угла и не совпадает со стороной этого угла.** Для этого случая, пользуясь рисунком 218, *в*, проведите доказательство самостоятельно.

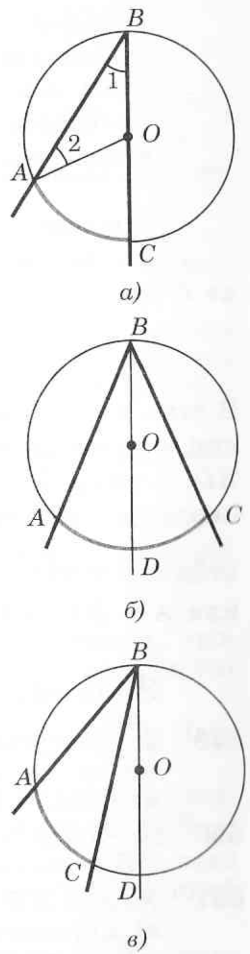

Рис. 218