4. Оценим частное $\frac{x}{y}$.

Для этого представим частное $\frac{x}{y}$ в виде произведения $x \cdot \frac{1}{y}$. Сначала оценим выражение $\frac{1}{y}$. Так как $2 < y < 3$, то $\frac{1}{2} > \frac{1}{y} > \frac{1}{3}$, т. е. $\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$. По теореме о почленном умножении неравенств имеем

$$\begin{array}{c} 15 < x < 16 \\ \frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \\ \hline 5 < \frac{x}{y} < 8 \end{array}$$

Упражнения

765. Сложите почленно неравенства:
а) $12 > -5$ и $9 > 7$; б) $-2{,}5 < -0{,}7$ и $-6{,}5 < -1{,}3$.

766. Перемножьте почленно неравенства:
а) $5 > 2$ и $4 > 3$; б) $8 < 10$ и $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$.

767. Верно ли для положительных чисел a и b, что:
а) если $a^2 > b^2$, то $a^3 > b^3$; б) если $a^3 > b^3$, то $a^2 > b^2$?

768. Пусть $3 < a < 4$ и $4 < b < 5$. Оцените:
а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab; г) $\frac{a}{b}$.

769. Зная, что $6 < x < 7$ и $10 < y < 12$, оцените:
а) $x + y$; б) $y - x$; в) xy; г) $\frac{y}{x}$.

770. Пользуясь тем, что $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ и $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$, оцените:
а) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

771. Пользуясь тем, что $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$ и $2{,}4 < \sqrt{6} < 2{,}5$, оцените:
а) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$; б) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$.

772. Известны границы длин основания a и боковой стороны b равнобедренного треугольника, выраженные в миллиметрах:

$$26 \leqslant a \leqslant 28 \text{ и } 41 \leqslant b \leqslant 43.$$

Оцените периметр этого треугольника.

773. Измеряя длину a и ширину b прямоугольника (в см), нашли, что $5{,}4 < a < 5{,}5$ и $3{,}6 < b < 3{,}7$.
Оцените: а) периметр прямоугольника; б) площадь прямоугольника.

774. Известны границы длины a и ширины b (в м) комнаты прямоугольной формы: $7{,}5 \leqslant a \leqslant 7{,}6$ и $5{,}4 \leqslant b \leqslant 5{,}5$. Подойдёт ли эт… помещение для библиотеки, для которой требуется комнат… площадью не менее 40 м^2?

775. Пусть α и β — углы треугольника. Известно, что

$$58° \leqslant \alpha \leqslant 59°,$$
$$102° \leqslant \beta \leqslant 103°.$$

Оцените величину третьего угла.

776. *(Для работы в парах.)* Используя соотношение между сре… ним арифметическим и средним геометрическим положител… ных чисел, докажите, что при $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$, $c \geqslant 0$ верно нераве… ство:
а) $(a + b)(b + c)(a + c) \geqslant 8abc$;
б) $\frac{(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c)}{16} \geqslant abc$.

1) Обсудите, какие свойства неравенств можно использова… при доказательстве неравенств. Запишите неравенство, выр… жающее соотношение между средним арифметическим и сре… ним геометрическим положительных чисел a и b.
2) Распределите, кто выполняет доказательство неравенства … а кто — неравенства б). Проведите доказательство.
3) Проверьте друг у друга, правильно ли выполнено дока… тельство неравенства.

777. Докажите, что сумма длин двух противоположных стор… выпуклого четырёхугольника меньше суммы длин его диа… налей.

778. *(Задача-исследование.)* Сравните сумму длин медиан треугол… ника с его периметром.
1) Начертите произвольный треугольник ABC и проведите м… диану BO.
2) На луче BO отложите отрезок $OD = BO$ и соедините точку … с точками A и C. Какой вид имеет четырёхугольник ABC…
3) Рассмотрите треугольник ABD. Сравните $2m_b$ с сумм… $BC + AB$ (m_b — медиана BO).
4) Составьте аналогичные неравенства для $2m_a$ и $2m_c$.
5) Используя сложение неравенств, оцените сумму $m_a + m_b + m$…