



Рис. 23

ТЕОРЕМА 3

Если $a < b$ и c — любое число, то $a + c < b + c$.

- Преобразуем разность $(a + c) - (b + c)$:

$$(a + c) - (b + c) = a - b.$$

По условию $a < b$, поэтому $a - b$ — отрицательное число. Значит, и разность $(a + c) - (b + c)$ отрицательна. Следовательно, $a + c < b + c$.
Итак,

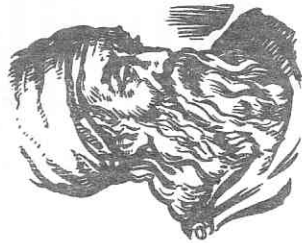
если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то получится верное неравенство.

ТЕОРЕМА 4

Если $a < b$ и c — положительное число, то $ac < bc$. Если $a < b$ и c — отрицательное число, то $ac > bc$.

- Представим разность $ac - bc$ в виде произведения:

$$ac - bc = c(a - b).$$



АРХИМЕД (287—212 гг. до н. э.) — древнегреческий математик, физик и механик. Разработал новые математические методы, в частности методы вычисления площадей криволинейных фигур и объёмов тел. Дал образцы применения математики к задачам естествознания и техники.

Так как $a < b$, то $a - b$ — отрицательное число. Если $c > 0$, произведение $c(a - b)$ отрицательно, и, следовательно, $ac < bc$. Если $c < 0$, то произведение $c(a - b)$ положительно, и, следовательно, $ac > bc$.

Так как деление можно заменить умножением на число, обратное делителю, то аналогичное свойство справедливо и для деления. Итак,

если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится верное неравенство;

если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный, то получится верное неравенство.

СЛЕДСТВИЕ

Если a и b — положительные числа и $a < b$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

- Разделим обе части неравенства $a < b$ на положительное число ab : $\frac{a}{ab} < \frac{b}{ab}$. Сократив дроби, получим, что $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$, т. е. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
Приведём пример использования рассмотренных свойств неравенств.

Пример. Оценим периметр равностороннего треугольника со стороной a мм, если известно, что $54,2 < a < 54,3$.

- Периметр равностороннего треугольника со стороной a вычисляется по формуле $P = 3a$. Умножим на 3 обе части каждого из неравенств $54,2 < a$ и $a < 54,3$ и запишем результат в виде двойного неравенства:

$$54,2 \cdot 3 < 3a < 54,3 \cdot 3, \quad 162,6 < 3a < 162,9.$$

Значит, периметр P данного треугольника больше 162,6 мм, и меньше 162,9 мм.

Упражнения

746. Отметьте на координатной прямой точки, имеющие координаты a, b, c, d и e , если $a < b, c > b, c < d, a > e$.

747. Пусть m, n, p и q — некоторые числа, причём $m > p, n > p, n < q$. Сравните, если это возможно, числа p и n, p и q, q и m . При сравнении чисел воспользуйтесь координатной прямой.