

Рис. 360

ней измерения объёмов, т. е. его объём равен 1. Любая секущая плоскость, параллельная плоскости α , даёт в качестве сечения куба квадрат площади 1, а в качестве сечения рассматриваемого параллелепипеда — прямоугольник площади ab (см. рис. 350, а). Следовательно, согласно принципу Кавальери, объём этого параллелепипеда в ab раз больше объёма куба, т. е. равен ab .

Рассмотрим теперь два прямоугольных параллелепипеда: один с измерениями $a, b, 1$, а другой — с измерениями a, b, c , «стоящие» на плоскости α так, как показано на рисунке 350, б. Объём первого параллелепипеда, как было доказано, равен ab . Докажем, что объём второго параллелепипеда равен abc .

Любая секущая плоскость, параллельная плоскости α , даёт в качестве сечения первого параллелепипеда прямоугольник площади a , а в качестве сечения второго — прямоугольник площади ac (см. рис. 350, б). Поэтому объём V второго

параллелепипеда в c раз больше объёма первого и, следовательно, равен $V = abc$, что и требовалось доказать.

В прямоугольном параллелепипеде с измерениями a, b, c , изображённом на рисунке 350, б, площадь S основания равна ac , а высота h равна боковому ребру: $h = b$. Поэтому формулу $V = abc$ можно записать в виде $V = Sh$, т. е. объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

Оказывается, что в точности такая же формула имеет место для любой призмы: объём призм равен произведению площади основания на высоту.

Это утверждение нетрудно доказать с помощью принципа Кавальери (см. задачу 1198).

128 Пирамида

Рассмотрим многоугольник $A_1A_2\dots A_n$ и точку P , не лежащую в плоскости этого многоугольника. Соединив точку P отрезками с вершинами многоугольника (рис. 351), получим n треугольников $PA_1A_2, PA_2A_3, \dots, PA_nA_1$. Многогранник, составленный из n -угольника $A_1A_2\dots A_n$ и этих треугольников, называется

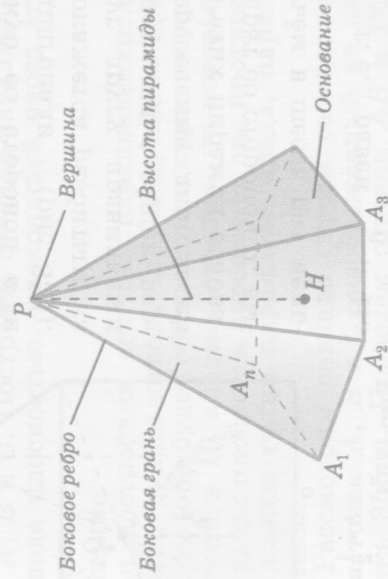
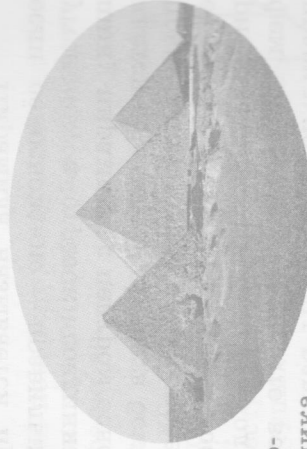


Рис. 351

Начальные сведения из стереометрии