

странстве параллельны третьей прямой, то они параллельны. В том случае, когда все три прямые лежат в одной плоскости, это утверждение было доказано в п. 28. В общем случае оно будет доказано в курсе стереометрии 10—11 классов.

Обратимся к рисунку 346, а, на котором изображён параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Поскольку грани $ABCD$ и $ADD_1 A_1$ — параллелограммы, то $BC \parallel AD$, $BC = AD$, $A_1 D_1 \parallel AD$, $A_1 D_1 = AD$. Из этого следует, что $BC = A_1 D_1$ и $BC \parallel A_1 D_1$, поэтому четырёхугольник $A_1 D_1 CB$ — параллелограмм, а значит, его диагонали $A_1 C$ и $D_1 B$, являющиеся также диагоналями параллелепипеда, пересекаются в некоторой точке O и делятся этой точкой пополам.

Аналогично доказывается, что четырёхугольник $AD_1 C_1 B$ — параллелограмм (рис. 346, б), следовательно, его диагонали AC_1 и $D_1 B$ пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Но серединой диагонали $D_1 B$ является точка O . Таким образом, диагонали $A_1 C$, $D_1 B$ и AC_1 параллелепипеда пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам.

Наконец, рассматривая четырёхугольник $A_1 B_1 CD$ (рис. 346, в), точно так же устанавливаем, что и четвертая диагональ DB_1 проходит через точку O и делится ею пополам.

126 Объём тела

Понятие объёма тела вводится по аналогии с понятием площади плоской фигуры. Как мы помним, каждый многоугольник имеет площадь, которая измеряется с помощью выбранной единицы измерения площадей. В качестве единицы измерения площадей обычно берут квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

Аналогично будем считать, что каждое из рассматриваемых нами тел имеет объём, который можно измерить с помощью выбранной единицы

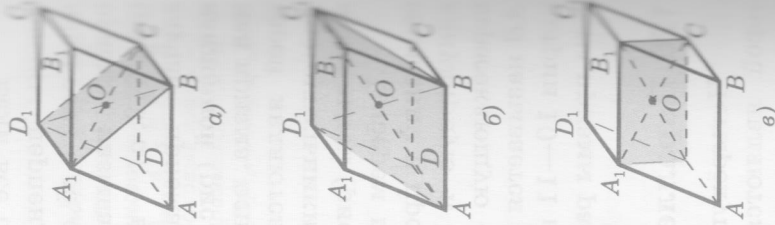


Рис. 346

измерения объёмов. За единицу измерения объёмов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называется кубическим сантиметром и обозначается так: 1 см^3 . Аналогично определяются кубический метр (м^3), кубический миллиметр (мм^3) и т. д.

Процедура измерения объёмов аналогична процедуре измерения площадей. При выбранной единице измерения объём тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объёмов и её частей укладывается в этом теле. Ясно, что число, выражающее объём тела, зависит от выбора единицы измерения объёмов. Поэтому единица измерения объёмов указывается после этого числа.

Например, если в качестве единицы измерения объёмов взят 1 см^3 , и при этом объём V некоторого тела оказался равным 2, то пишут: $V = 2 \text{ см}^3$.

Если два тела равны, то каждое из них содержит столько же единиц измерения объёмов и её частей, сколько и другое тело. Таким образом,

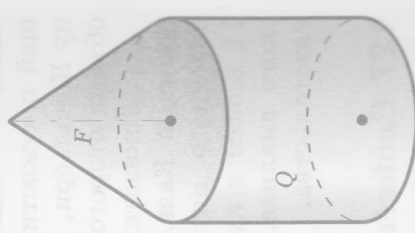
1° Равные тела имеют равные объёмы.

Рассмотрим тело, составленное из нескольких тел так, что внутренние области этих тел не имеют общих точек (рис. 347). Ясно, что объём всего тела складывается из объёмов составляющих его тел. Итак,

2° Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел.

Свойства 1° и 2° называются **основными свойствами объёмов**. Напомним, что аналогичными свойствами обладают длины отрезков и площади многоугольников.

Для нахождения объёмов тел в ряде случаев удобно пользоваться теоремой, получившей название **принципа Кавальери**¹. Поясним, в чём



$$V = V_F + V_Q$$

Рис. 347

¹ Кавальери Бонавентура (1598—1647) — итальянский математик.