пирамидой. Многоугольник $A_1A_2...A_n$ называется **основанием** пирамиды, а указанные треугольники — **боковыми гранями** пирамиды. Точка P называется **вершиной** пирамиды, а отрезки PA_1, PA_2, ..., PA_n — её **боковыми рёбрами**. Пирамиду с вершиной P и основанием $A_1A_2...A_n$ называют ***n*-угольной пирамидой** и обозначают так: $PA_1A_2...A_n$. На рисунке 352 изображены четырёхугольная и шестиугольная пирамиды. Треугольную пирамиду часто называют **тетраэдром**.

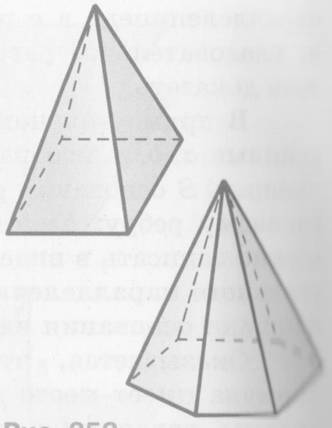


Рис. 352

Отрезок, соединяющий вершину пирамиды с плоскостью её основания и перпендикулярный к этой плоскости, называется **высотой** пирамиды. На рисунке 351 отрезок PH — высота пирамиды.

Пирамида называется **правильной**, если её основание — правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется **апофемой**. На рисунке 353 отрезок PE — одна из апофем. Можно доказать, что все апофемы правильной пирамиды равны друг другу (задача **1205**).

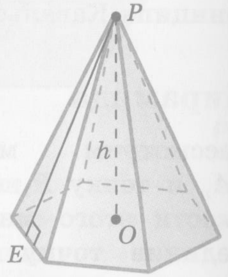
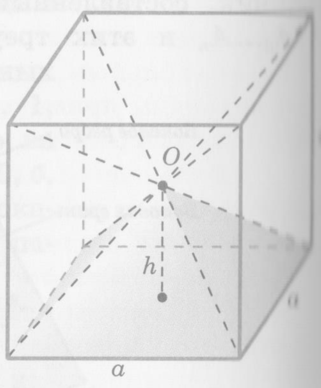


Рис. 353

Рассмотрим куб со стороной a и проведём его диагонали (рис. 354). В результате куб окажется разбитым на шесть равных друг другу правильных четырёхугольных пирамид с общей вершиной в точке пересечения диагоналей куба. У каждой из этих пирамид основанием является квадрат со стороной a, высота равна $\frac{a}{2}$, а объём в шесть раз меньше объёма куба, т. е. равен $\frac{a^3}{6}$. Но



$h=\frac{1}{2}a$

Рис. 354

$\frac{a^3}{6} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{1}{3}Sh$, где $S = a^2$ — площадь основания пирамиды, $h = \frac{a}{2}$ — её высота. Таким образом, объём правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания a и высотой h равен одной трети произведения площади основания на высоту. Основываясь на этом факте, можно доказать (см. задачу **1210**), что аналогичное утверждение справедливо и для произвольной пирамиды: **объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.**

Задачи

1184 Сколько граней, рёбер и вершин имеет: а) прямоугольный параллелепипед; б) тетраэдр; в) октаэдр?

1185 Докажите, что число вершин любой призмы чётно, а число рёбер кратно 3.

1186 Докажите, что площадь боковой поверхности прямой призмы (т. е. сумма площадей её боковых граней) равна произведению периметра основания на боковое ребро.

1187 Существует ли параллелепипед, у которого: а) только одна грань — прямоугольник; б) только две смежные грани — ромбы; в) все углы граней острые; г) все углы граней прямые; д) число всех острых углов граней не равно числу всех тупых углов граней?

1188 На трёх рёбрах параллелепипеда даны точки A, B и C. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через эти точки.

Решение

При построении сечений параллелепипеда нужно руководствоваться следующим правилом (оно будет обосновано в курсе стереометрии в 10 классе): **отрезки, по которым секущая плоскость пересекает две противоположные грани параллелепипеда, параллельны.**

1) Рассмотрим сначала случай расположения точек A, B и C, изображённый на рисунке 355, *а*. Проведём отрезки AB и BC.

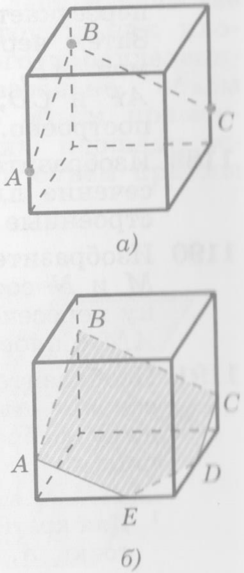


Рис. 355